

## تشخیص عیب در سیستم‌های کنترل با استفاده از تابع چگالی احتمال خروجی

مجید غنی‌ئی زارچ<sup>۱</sup>، جواد پشتان<sup>۲</sup>، سیدکمال‌الدین موسوی‌مشهدی<sup>۳</sup>

majidghaniee@iust.ac.ir

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- استادیار دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

### چکیده

بحث تشخیص عیب ارتباط تنگاتنگ با ایمنی سیستم‌ها به‌ویژه در سیستم‌های نظامی هوایی-دریایی دارد. بنابراین نیاز به روش‌های نوین تشخیص عیب که قابلیت تشخیص سریعتر و عملکرد دقیق‌تری دارند، در این حوزه‌ها احساس می‌شود. در این مقاله با استفاده از تابع چگالی احتمال (PDF) خروجی سیستم، به آشکارسازی عیب در سیستم کنترل می‌پردازیم. این گونه از روش‌ها، متفاوت با روش‌های مرسوم، مدل‌سازی سیستم را با استفاده از ورودی و تابع چگالی احتمال خروجی انجام داده و طراحی‌ها بر اساس این مدل صورت می‌گیرد. در این مقاله روشی برای آشکارسازی عیب با استفاده از تابع چگالی احتمال ارائه نموده و آن را بر روی مسئله کنترل توزیع ذرات و فرآیند تولید کاغذ شبیه‌سازی می‌نماییم. نتایج حاکی از عملکرد مناسب این روش در آشکارسازی عیب است.

واژگان کلیدی: آشکارسازی عیب، تابع چگالی احتمال، سیستم‌های تصادفی، فیلتر.

۹۲/۱۰/۱۹

تاریخ دریافت مقاله :

۹۳/۴/۱۱

تاریخ پذیرش مقاله :

## ۱- مقدمه

عیب سیستم‌های تصادفی استفاده می‌شود. حتی در برخی از روش‌ها برای تشخیص عیب از توابع بیشترین راست‌نمایی<sup>۳</sup> استفاده شده است [۸ و ۱۲].

فیلترها و روش‌های بر پایه فیلتر نیز در دو دهه اخیر برای تشخیص عیب در انواع سیستم‌های دینامیکی گسترش یافته‌اند. مشکل عمده این روش‌ها آن است که تنها سیستم‌های خطی که در معرض عیب‌های با ساختار گوسی هستند در نظر گرفته می‌شوند که در آن‌ها فیلتر کالمن یا فیلتر کالمن توسعه یافته قابل استفاده است [۱۳]. در زمینه تشخیص مقاوم عیب، اگر چه بسیاری از مسائل تخمین عیب را می‌توان به یک مسئله استاندارد برای سیستم‌های خطی کاهش داد، اما روش‌های تشخیص عیب برای سیستم‌های غیرخطی همچنان مورد بررسی و مطالعه هستند [۱۱]. برای سیستم‌های غیرخطی تصادفی به دلیل وجود دینامیک‌های غیرخطی و تصادفی موضوع پیچیده‌تر می‌گردد. برای جلوگیری از پیچیدگی روش‌ها، بعضی تبدیل‌ها یا تقریب‌ها به گونه‌ای ارائه شده‌اند که سیستم خطا برخی خواص خطی بودن را برآورده سازد [۱۴].

در تعداد زیادی از سیستم‌های واقعی مانند کنترل توزیع اندازه ذرات و کنترل توزیع شعله احتراق، نمایش ورودی-خروجی PDF خروجی به جای نمایش ورودی-خروجی از سیستم انجام می‌گیرد [۱۵]. تغییرات غیرمنتظره در پارامترهای این مدل ریاضی به عنوان عیب در سیستم محسوب می‌شود. باید اشاره گردد که اگر PDF خروجی به جای خود خروجی اندازه‌گیری شود، اکثر روش‌های تشخیص عیب موجود بر پایه فیلتر دیگر غیرقابل استفاده خواهند بود. بنابراین یافتن یک روش مؤثر برای تشخیص عیب در این نوع سیستم‌های تصادفی با استفاده از تغییرات PDF خروجی مسئله چالش برانگیزی است. برای حل این مسئله در چند سال گذشته برخی استراتژی‌های کنترلی جدیدی گسترش یافته‌اند که هدف آن‌ها شکل‌دهی PDF خروجی است [۱۶]. برای مثال، بر اساس روش B-Spline یک سری از دینامیک‌های وزنی با ابعاد محدود برای شکل‌دهی PDF پیشنهاد شده‌اند [۱۷].

در کلیه سیستم‌هایی که PDF خروجی قابل تخمین و یا اندازه‌گیری با سنسور باشند، روش ارائه شده در این مقاله قابلیت استفاده را دارد. در مورد علوم دریایی نیز موارد

تشخیص عیب برای سیستم‌های صنعتی و نظامی بسیار مهم و پرکاربرد است. از آنجایی که در صورت وقوع عیب در این سیستم‌ها هزینه‌های زیادی به بار می‌آید، تشخیص به موقع عیب می‌تواند در کاهش هزینه‌های احتمالی مؤثر باشد. علاوه بر این، تشخیص عیب ارتباط تنگاتنگ با ایمنی سیستم‌ها به‌ویژه در سیستم‌های نظامی دارد. برای مثال می‌تواند به کاربرد تشخیص عیب در انواع سیستم‌های نظامی از جمله هواپیما [۱]، کشتی [۲]، زیر دریایی [۳] و غیره اشاره نمود. بنابراین نیاز به روش‌های نوین تشخیص عیب که قابلیت تشخیص سریعتر و عملکرد دقیق‌تری دارند، در این حوزه احساس می‌شود [۴]. به‌ویژه برای سیستم‌های دریایی و هوایی (در مقایسه با سیستم‌های صنعتی) که قابلیت مانیتور کردن پیوسته عملکرد آن‌ها توسط اپراتور وجود ندارد و وجود عیب در آن‌ها خطرات جانی به همراه دارد، اهمیت این روش‌ها دو چندان می‌شود. با این وجود، اکثر روش‌های موجود نیاز به مدل دقیق و خطی از سیستم دارند که محدودیت اصلی در کاربردی شدن این روش‌ها در سیستم‌های واقعی است. از این رو در این مقاله روشی پیشنهاد شده است که بتواند بدون نیاز به مدل دقیق سیستم، عمل تشخیص عیب را انجام دهد. چنین روشی در کاربردهایی که اطلاعات دقیقی از سیستم وجود ندارد، بسیار مفید خواهد بود.

تشخیص عیب در سیستم‌های تصادفی یک ناحیه تحقیقاتی مهم در سال‌های اخیر بوده و روش‌های زیادی بدین منظور گسترش یافته‌اند [۵-۱۱]. در ابتدا مشابه روش‌های مورد استفاده برای تشخیص تغییر در سیگنال‌های تصادفی با استفاده از تست فرضیه<sup>۱</sup>، به کار گرفته شده است. در این روش سیستم‌های سالم و معیوب به ترتیب با  $H_0$  و  $H_1$  نمایش داده می‌شوند و تست‌های فرضیه به گونه‌ای به کار می‌روند که مشخص شود سیگنال تصادفی متعلق به  $H_0$  یا  $H_1$  است. در حالت کلی‌تر، ساختار تابع چگالی احتمال<sup>۲</sup> (PDF) سیگنال‌ها دانسته فرض می‌شود و تغییرات غیرمنتظره پارامترهای موجود در این PDFها به عنوان عیب محسوب می‌شوند. در روش‌های نوین از تغییرات ناگهانی در میانگین و واریانس سیگنال‌ها جهت تشخیص

<sup>1</sup> Hypothesis<sup>2</sup> Probability Density Function (PDF)<sup>3</sup> Maximum Likelihood (ML)

استفاده شده است:

$$\sqrt{\gamma(z, u(t), F)} = \sum_{i=1}^n v_i(u(t), F) b_i(z) + \omega_0(z, u(t), F) \quad (2)$$

که در آن  $b_i(z)$  توابع پایه از پیش تعریف شده در بازه  $[a, b]$  و  $v_i(u(t), F)$  وزن‌های مربوطه هستند. در مقالات مختلف بسته به شکل توابع پایه نام این بسط را B-Spline یا شبکه عصبی RBF گذاشته‌اند [۱۹]. با در نظر گرفتن توابع هیپربولیکی می‌توان از شبکه عصبی MLP نیز در این بسط استفاده نمود.  $\omega_0(z, u(t), F)$  نامعینی مدل یا خطا در تقریب PDF را نشان می‌دهد که فرض می‌شود ناساوی زیر را برآورده سازد:

$$|\omega_0(z, u(t), F)| \leq \delta_0 \quad (3)$$

که در آن  $\delta_0$  یک ثابت معین با نمایش زیر مثبت فرض می‌شود.

$$B(z) = [b_1(z) \quad b_2(z) \quad \dots \quad b_{n-1}(z)] \\ V(u(t), F) = [v_1(u(t), F) \quad v_2(u(t), F) \\ \dots \quad v_{n-1}(u(t), F)]^T \quad (4)$$

و

$$\Lambda_1 = \int_a^b B^T(z) B(z) dz \\ \Lambda_2 = \int_a^b B^T(z) b_n(z) dz \\ \Lambda_3 = \int_a^b b_n^2(z) dz \quad (5)$$

باید توجه داشت که بعد از انتخاب توابع پایه،  $\Lambda_3 \in \mathfrak{R}^{1 \times 1}$  و  $\Lambda_2 \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times 1}$ ،  $\Lambda_1 \in \mathfrak{R}^{(n-1) \times (n-1)}$  ماتریس‌های ثابت یا شناخته شده هستند. در ادامه  $V(t)$  برای نمایش  $V(z, u(t), F)$  مورد استفاده قرار می‌گیرد که مربوط به اندازه‌گیری خروجی مدل وزنی شناسایی شده است (معادله (۱۳) را ببینید).

به دلیل محدودیت:

$$\int_a^b \gamma(z, u(t), F) dz = 1 \quad (6)$$

تنها  $(n-1)$  وزن  $\{v_i(u(t), F) : i=1, 2, \dots, n-1\}$  مستقل هستند. با انجام برخی ساده‌سازی‌ها [۳]، معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sqrt{\gamma(z, u(t), F)} = B(z)V(t) + h_0(V(t), \omega_1)B_n(z) \\ + \omega_0(z, u(t), F) \quad (7)$$

که در آن  $h_0(V(t), \omega_1)$  تابعی از  $\omega_1(= \omega_1(z, u(t), F))$  و  $V(t)$  به صورت زیر است:

زیادی را می‌توان نام برد که نیاز به کنترل تابع چگالی احتمال خروجی (به جای خود خروجی) وجود دارد؛ از جمله می‌توان به کنترل سکوها‌های شناور سبک و کنترل TDS<sup>۱</sup> آب اشاره نمود [۱۸]. البته مدل نمودن سیستم‌های فوق نیاز به تحقیقات بیشتری دارد.

در ادامه و در بخش دوم، یک فرمول‌بندی برای تقریب PDF خروجی سیستم بیان می‌شود. در بخش سوم یک فیلتر برای آشکارسازی عیب آورده شده است. در بخش چهارم روش مورد نظر بر روی دو سیستم کنترل توزیع ذرات و فرآیند تولید کاغذ تست و نتایج شبیه سازی ارائه شده است. نهایتاً بخش پنجم جمع‌بندی و پیشنهادات برای ادامه کار را شامل می‌شود.

## ۲- مدل سازی سیستم

متفاوت با پیکربندی‌های متداول در تشخیص عیب، در این مقاله فرض می‌شود که PDF خروجی سیستم به جای خود خروجی اندازه‌گیری می‌شود. در بسیاری از کاربردهای عملی PDF خروجی با استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری (مانند اندازه‌گیر لیزری توزیع اندازه ذرات یا یک دوربین دیجیتال) یا با روش‌های ثنوریک (مانند تکنیک تخمین Kernel با استفاده از تست حلقه باز) [۶ و ۱۷] بدست می‌آید.

در مدل ارائه شده در این مقاله  $u(t) \in \mathfrak{R}^m$  و  $y(t) \in [a, b]$  به ترتیب به عنوان ورودی و خروجی سیستم دینامیکی تصادفی نشان داده می‌شوند.  $F$  یک بردار عیب است که باید آشکارسازی و تشخیص داده شود. در کاربردهای متعددی  $F$  بدین صورت در نظر گرفته می‌شود و موردهای پیچیده‌تر (مانند عیب‌های با رانش کوچک) باید در آینده مورد بررسی و مطالعه قرار گیرند. برای این‌گونه سیستم‌های تصادفی، خروجی احتمالی مشروط  $y(t)$  در محدوده  $[\alpha, \xi]$  با عبارت زیر تعریف می‌گردد:

$$P\{a \leq y(t) < \xi\} = \int_a^\xi \gamma(z, u(t), F) dz \quad (1)$$

که در آن PDF خروجی با  $\gamma(z, u(t), F)$  نشان داده شده است. فرض شده که PDF خروجی به جای مقادیر آن قابل اندازه‌گیری باشد و در آن  $z$  متغیری است که در بازه  $[a, b]$  تعریف می‌شود. در این مقاله برای مدل سازی از بسط زیر

<sup>۱</sup> Total Dissolved Solids

و  $E$  ماتریس‌های ثابتی هستند. این ماتریس‌ها را می‌توان با مدل‌سازی فیزیکی یا تکنیک تخمین اندازه‌گذاری توصیف شده در مرجع [۱۷] بدست آورد.  $g(x(t))$  یک تابع برداری غیرخطی است که دینامیک‌های غیرخطی مدل را نشان داده و شرایط زیر را برای هر  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  برآورده می‌سازد:

$$g(0) = 0 \quad (14)$$

$$\|g(x_1(t)) - g(x_2(t))\| \leq \|U_2(x_1(t) - x_2(t))\|$$

که در آن  $U_2$  یک ماتریس ثابت است. البته در برخی مراجع یک ترم برای تأخیر نیز در نظر گرفته شده است [۱۹]. باید توجه داشت که بعد از مدل‌سازی به روش فوق  $h(V(t))$  نشان داده شده در معادله (۱۰) و  $g(x(t))$  در معادله (۱۳) شناخته شده و معلوم هستند. نامعادلات (۱۲) و (۱۴) با استفاده از خواص توابع  $h(V(t))$  و  $g(x(t))$  محدود بودن  $V(t)$  قابل اثبات است. با استفاده از رابطه (۱۳)، معادله خروجی (۹) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\sqrt{\gamma(z, u(t), F)} = B(z)Ex(t) + h(Ex(t))b_n(z) + \omega(z, u(t), F) \quad (15)$$

بزرگترین مشکل در طراحی فیلتر تشخیص عیب که الگوریتم تشخیص عیب را با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۵) و با استفاده از ورودی و PDF خروجی بدست می‌آورد، غیرخطی بودن معادله حالت و دینامیک‌های سیستم است.

### ۳- آشکارسازی عیب

برای آشکارسازی عیب بر پایه تغییرات توزیع خروجی، فیلتر غیرخطی زیر طراحی می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Gg(x(t)) + Hu(t) + L\varepsilon(t) \\ \varepsilon(t) = \int_a^b \sigma(z) \left( \sqrt{\gamma(z, u(t), F)} - \sqrt{\hat{\gamma}(z, u(t))} \right) dz \quad (16) \\ \sqrt{\hat{\gamma}(z, u(t))} = B(z)E\hat{x}(t) + h(E\hat{x}(t))b_n(z) \end{cases}$$

که در آن  $\hat{x}(t)$  حالت تخمین زده شده،  $L \in \mathfrak{R}^{m \times p}$  بهره‌ای است که باید تعیین گردد و  $\sigma(z) \in \mathfrak{R}^{p \times 1}$  به عنوان بردار وزنی از پیش تعریف شده در بازه  $[a, b]$  است. متفاوت با بیشتر روش‌های کلاسیک طراحی فیلتر، مانده  $\varepsilon(t)$  با استفاده از انتگرال اختلاف PDF اندازه‌گیری شده و PDF تخمین زده شده بدست می‌آید. با تعریف  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ، سیستم خطای تخمین را می‌توان با استفاده از (۱۳) و (۱۶) به صورت زیر نوشت:

$$h_0(V(t), \omega_1) = \frac{1}{\Lambda_3} \sqrt{(1 - \omega_1)\Lambda_3 - V^T(t)\Lambda_0 V(t)} - \frac{\Lambda_2 V(t)}{\Lambda_3} \quad (8)$$

برای ساده‌سازی بیشتر می‌توان  $h_0(V(t), \omega_1)$  را با توجه به  $\omega_1$  تقریب زد که منجر به رابطه زیر می‌شود:

$$\sqrt{\gamma(z, u(t), F)} = B(z)V(t) + h(V(t))b_n(z) + \omega(z, u(t), F) \quad (9)$$

که در آن:

$$h(V(t), \omega_1) = \frac{1}{\Lambda_3} [-\Lambda_2 V(t) \pm \sqrt{\Lambda_3 - V^T(t)\Lambda_0 V(t)}] \quad (10)$$

از محدود بودن  $\omega_0(z, u(t), F)$ ،  $\omega_i (i=1, 2, 3)$  و  $V(t)$  می‌توان فرض کرد که:

$$|\omega(z, u(t), F)| \leq \delta \quad (11)$$

که در آن  $\delta$  یک ثابت مثبت است. بنابراین وظیفه طراحی تشخیص عیب این است که هر تغییر یا سیگنال ناگهانی در سیستم تصادفی، که با  $F$  نشان داده می‌شود، با استفاده از PDF اندازه‌گیری شده خروجی و ورودی سیستم  $u(t)$  آشکارسازی و تشخیص دهد. باید توجه داشت که رابطه (۹) باید به عنوان یک معادله خروجی با نامعینی تلقی گردد که در مراجع مختلف تا حدودی متفاوت فرض شده است [۱۹]. برای  $h(V(t))$  نشان داده شده در رابطه (۱۰)، فرض می‌شود که شرط لپشیتز در ناحیه کاری برآورده گردد، یعنی برای هر  $V_1(t)$  و  $V_2(t)$  یک ماتریس معین  $U_1$  وجود داشته باشد به صورتی که:

$$\|h(V_1(t)) - h(V_2(t))\| \leq \|U_1(V_1(t) - V_2(t))\| \quad (12)$$

مرحله بعد یافتن رابطه دینامیکی بین ورودی و وزن‌های مربوط به PDF خروجی در ارتباط با فرآیند مدل‌سازی است. در چندین سیستم از جمله ماشین آلات کاغذ<sup>۱</sup> و کنترل توزیع اندازه ذرات در مهندسی شیمی خروجی سیستم را در قالب PDF آن اندازه‌گیری می‌شود. در بعضی از تحقیقات انجام شده تاکنون، این مدل به صورت خطی فرض شده است، در حالی که رابطه بین ورودی و  $u(t)$  بردار وزن‌ها  $V(t)$  دارای دینامیک‌های غیرخطی با مقداری نامعینی است. در این مقاله مدل زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Gg(x(t)) + Hu(t) + F \\ V(t) = Ex(t) \end{cases} \quad (13)$$

جایی که  $x(t) \in \mathfrak{R}^m$  حالت اندازه‌گیری نشده و  $H, G, A$

<sup>1</sup> Wet end of Paper Machines

$L = P^{-1}R$  پایدار است و خطا ناتساوی زیر را برای  $t \in [0, +\infty)$  برآورده می‌سازد:

$$\|e(t)\| \leq \alpha_0 = \max \{ \|e(0)\|, 2\eta^{-1}\tilde{\delta}\|R\| \} \quad (23)$$

که در آن  $\tilde{\delta}$  در رابطه (۲۰) آورده شده است.

اثبات: به مرجع [۷] مراجعه شود.

**تبصره ۱:** اگر  $\omega(u, F, t)$  را نادیده بگیریم (یعنی  $\delta = 0$ )، شرایط قضیه ۱ پایداری مجانبی سیستم (۱۷) را تضمین می‌کند [۷].

**تبصره ۲:** قضیه ۱ یک شرط کافی برای تشخیص خطا ارائه می‌دهد. برای انتخاب یک آستانه مناسب برای سیگنال مانده  $\varepsilon(t)$  می‌توان نوشت:

$$\|\varepsilon(t)\| > \alpha = \alpha_0 (\|\Gamma_1\| + \|\Gamma_2\| \|U_1\|) + \tilde{\delta} \quad (24)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که  $F \neq 0$  است [۷].

مزایای روش فوق برای آشکارسازی عیب را می‌توان در موارد زیر خلاصه نمود:

- ✓ در نظر گرفتن دینامیک‌های غیرخطی سیستم.
- ✓ در نظر گرفتن نامعینی.
- ✓ روش ساختار یافته برای تولید سیگنال مانده.
- ✓ تضمین مثبت بودن ضرایب بسط (۹).
- ✓ تعیین آستانه برای آشکارسازی عیب.

استفاده از LMI که امروزه با استفاده از نرم‌افزار متلب به راحتی قابل حل است. بنابراین روند آشکارسازی عیب با استفاده از روش فوق را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

- ۱- محاسبه بهره  $L$  با استفاده از قضیه ۱.
- ۲- تشکیل فیلتر با معادله خروجی غیرخطی (۱۶).
- ۳- استفاده از سیگنال  $\varepsilon(t)$  به عنوان مانده و محاسبه  $\alpha$  به عنوان آستانه.

#### ۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش برای بررسی اعتبار روش ارائه شده، دو مثال ارائه می‌شود که یکی مسئله کنترل توزیع ذرات و دیگری فرآیند تولید کاغذ شبیه‌سازی شده است.

#### ۴-۱- مسئله کنترل توزیع ذرات

در این بخش یک مثال ساده از مسئله کنترل توزیع ذرات را در نظر می‌گیریم که در آن PDF خروجی اندازه‌گیری می‌شود [۷]. فرض کنید که PDF خروجی را بتوان با استفاده از یک مدل B-Spline مجذور ریشه به صورت زیر تقریب زد:

$$\dot{e}(t) = (A - L\Gamma_1)e(t) + [Gg(x(t)) - Gg(\hat{x}(t))] - L\Gamma_2[h(Ex(t)) - h(E\hat{x}(t))] + F - L\Delta(t) \quad (17)$$

که در آن:

$$\Gamma_1 = \int_a^b \sigma(z)B(z)Edz$$

$$\Gamma_2 = \int_a^b \sigma(z)b_n(z)dz \quad (18)$$

$$\Delta(t) = \int_a^b \sigma(z)\omega(z, u(t), F)dz$$

می‌توان نشان داد که سیگنال مانده  $\varepsilon(t)$  که یک تابع غیرخطی از  $e(t)$ ،  $x(t)$  و  $\hat{x}(t)$  است، رابطه زیر را برآورده می‌سازد [۷]:

$$\varepsilon(t) = \int_a^b \sigma(z)B(z)Ee(t)dz + \int_a^b \sigma(z)[h(Ex(t)) - h(E\hat{x}(t))]b_n(z)dz + \int_a^b \sigma(z)\omega(z, u(t), F)dz$$

$$= \Gamma_1 e(t) + \Gamma_2 [h(Ex(t)) - h(E\hat{x}(t))] + \Delta(t)$$

از (۱۱) می‌توان نشان داد که:

$$\|\Delta(t)\| \leq \tilde{\delta}, \quad \tilde{\delta} := \delta \left\| \int_a^b \sigma(z)dz \right\| \quad (20)$$

$\sigma(z)$  در (۱۶) را بگونه‌ای انتخاب می‌گردند که  $(A, \Gamma_1)$  مشاهده‌پذیر باشد. در (۱۶) در معادله حالت و هم در معادله خروجی دینامیک غیرخطی وجود دارد که حل آن را در حالت کلی دشوار می‌سازد. در مرحله آشکارسازی خطا هدف این است که  $L$  را به گونه‌ای بیابیم که اگر  $F = 0$  سیستم (۱۷) پایدار باشد، که می‌توان آن را در قضیه زیر فرمول‌بندی نمود.

**قضیه ۱:** اگر برای پارامترهای  $\lambda_i > 0 (i=1, 2)$ ، ماتریس‌های  $P > 0$ ،  $R$  و ثابت  $\eta > 0$  به گونه‌ای موجود باشند که ناتساوی زیر برآورده گردد:

$$\begin{bmatrix} \Pi_0 + \eta I & \Pi_1 \\ \Pi_1^T & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (210)$$

که در آن:

$$\Pi_0 = (PA - R\Gamma_1) + (PA - R\Gamma_1)^T + \frac{1}{\lambda_1^2} E^T U_1^T U_1 E + \frac{1}{\lambda_2^2} U_2^T U_2 \quad (22)$$

$$\Pi_1 = [\lambda_1 R\Gamma_2 \quad \lambda_2 PG]$$

آنگاه در صورت عدم وجود  $F$ ، سیستم خطا (۱۷) با بهره

مشاهده می‌شود که عیب رخ داده است. لذا سیستم به خوبی توانسته عیب مورد نظر را تشخیص دهد.

#### ۴-۲- فرآیند تولید کاغذ

در این قسمت پارامترهای مدل (۱۳) برای فرآیند تولید کاغذ را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۱۹]:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (34)$$

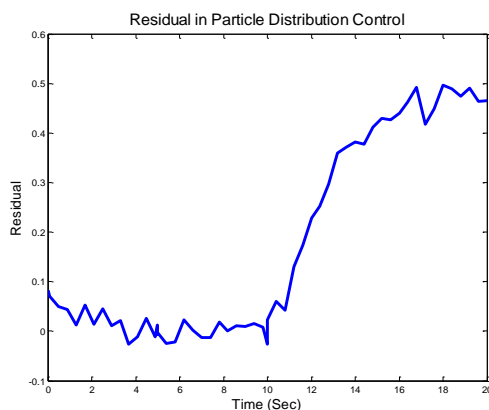
$$g(V(t)) = \sin(x(t))$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

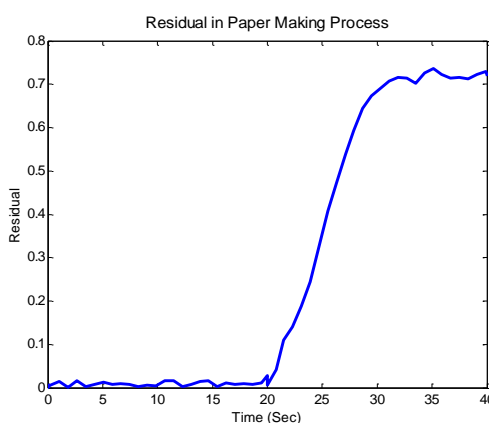
روابط مربوط به گسترش B-Spline مانند روابط (۲۵) تا (۲۹) تعریف می‌شوند. عیب به صورت زیر فرض شده است:

$$F(t) = \begin{cases} 0.5 & t \geq 20 \\ 0 & t < 20 \end{cases} \quad (35)$$

مانده تولید شده در این بخش به صورت شکل (۲) است. در مورد این سیستم هم مانده تولید شده به خوبی وجود خطا را نشان می‌دهد.



شکل (۱) سیگنال مانده در مسئله کنترل توزیع ذرات.



شکل (۲) سیگنال مانده در فرآیند تولید کاغذ.

$$\sqrt{\gamma(z, u(t))} = \sum_{i=1}^3 v_i(u(t), F) b_i(z) \quad (25)$$

که در آن  $z$  در بازه  $[0, 1.5]$  تعریف شده و

$$b_i(z) = \begin{cases} |\sin 2\pi z| & z \in [0.5(i-1), 0.5i] \\ 0 & z \in [0.5(j-1), 0.5j] \quad i \neq j \end{cases} \quad (26)$$

برای  $i=1, 2, 3$  در ارتباط با (۴) با نمایش:

$$V(t) = [v_1(u(t), F) \quad v_2(u(t), F)]^T \quad (27)$$

$$B(z) = [b_1(z) \quad b_2(z)]$$

می‌توان نشان داد که:

$$\sqrt{\gamma(z, u(t), F)} = B(z)V(u(t), F) + h(V(t))b_3(z) + \omega(z, u(t), F) \quad (28)$$

که در آن  $h(V(t))$  را می‌توان با استفاده از رابطه (۱۰) به صورت زیر نوشت:

$$h(V(t)) = \sqrt{\frac{-4[V^T(t)\Lambda_1 V(t) - 1]\Lambda_3}{2\Lambda_3}} \quad (29)$$

علاوه بر این می‌توان دید که:

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}, \quad \Lambda_2 = [0 \quad 0], \quad \Lambda_3 = 0.25 \quad (30)$$

و  $\tilde{\delta} = \|\Lambda_1^{-1}\| = 4$  و  $V(t)$  با استفاده از معادله (۱۳) و ماتریس‌های زیر توصیف می‌شود:

$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 \\ 0 & -1.3 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$g(V(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.25\sqrt{v_1^2(t) + v_2^2(t)} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & -0.3 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

همچنین می‌توان نشان داد که:

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\pi} & \frac{1}{\pi} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = \frac{1}{\pi}, \quad \Delta(t) \leq 0.15 \quad (32)$$

در شبیه‌سازی‌های انجام گرفته، شرایط اولیه به صورت  $\hat{x}(0) = [0 \quad 0]$  و  $x(0) = [0.5 \quad 0.25]$  شده است. ورودی پله واحد از ثانیه ۵ و عیب یک پله با دامنه ۰٫۴ از ثانیه ۱۰ اعمال شده است. در شکل (۱) سیگنال مانده در مسئله کنترل توزیع ذرات نشان داده شده است. با توجه به رابطه (۲۴) می‌توان گفت که در صورتی که برای سیگنال مانده داشته باشیم:

$$|\varepsilon(t)| > 0.47 \quad (33)$$

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله مسئله آشکارسازی و تشخیص عیب را برای سیستم‌های تصادفی بررسی کردیم که تنها PDF خروجی آن‌ها در دسترس است. پس از استفاده از یک بسط مناسب برای تقریب PDF، یک مدل دینامیکی غیرخطی بین ورودی و وزن‌های مربوط به بسط PDF پیشنهاد گردید. برای این مدل غیرخطی که دینامیک‌های غیرخطی در معادله حالت و هم در معادله خروجی وجود دارد، یک فیلتر برای آشکارسازی و یک فیلتر برای تشخیص عیب طراحی گردید. بهره‌های فیلتر با استفاده از یک مجموعه LMI بدست آمدند که در قضیه ۱ بدان اشاره شد. این قضیه شرایط لازم و کافی برای آشکارسازی عیب در سیستم‌های تصادفی غیرخطی را ارائه می‌دهد. یک سطح آستانه مناسب نیز برای آشکارسازی خطا انتخاب شد. نتایج شبیه‌سازی انجام شده بر روی مسئله کنترل توزیع ذرات و فرآیند تولید کاغذ موثر بودن روش را نشان می‌دهد.

زمینه‌های تحقیقاتی که به نظر می‌رسد می‌تواند به عنوان بستری برای پژوهش‌های جدید به کار گرفته شود عبارتند از:

✓ در نظر گرفتن خطاهای پیچیده‌تر مانند خطاهای با رانش کوچک (شیب).

✓ ارائه روشی برای تحمل‌پذیری خطا بر پایه یافته‌های فوق و اصول شکل‌دهی PDF مانند مرجع [۱۶].

## ۶- مراجع

- [6] Wang, H. and Lin, W. "Applying Observer Based FDI Techniques to Detect Faults in Dynamic and Bounded Stochastic Distributions", International Journal of Control, Vol. 73, No. 15, pp. 1424-1436, Mar. 2000.
- [7] Guo, L. and Wang, H., "Fault Detection and Diagnosis for General Stochastic Systems using B-spline Expansions and Nonlinear Filters", IEEE Transaction on Circuits and Systems, Vol. 52, No. 8, pp. 1644-1652, Aug. 2005.
- [8] Basseville, M. and Nikiforov, I. "Fault Isolation for Diagnosis: Nuisance Rejection and Multiple Hypothesis Testing", Annual Reviews in Control, Vol. 26, pp. 189-202, 2002.
- [9] Kai, H., AiGuo, S., WeiLiang, W., Yingchao, Z. and Zhiyong, F. "Fault Detection and Estimation for Non-Gaussian Stochastic Systems with Time Varying Delay", Advances in Difference Equations, Vol. 22, pp. 1-13, 2013.
- [10] Tao, L. and Yingchao, Z., "Fault Detection and Diagnosis for Stochastic Systems via Output PDFs", Journal of the Franklin Institute, Vol. 348, pp. 1140-1152, Apr. 2011.
- [11] Zhang, X., Ploycarpou, M. and Parisini, T., "A Robust Detection and Isolation Scheme for Abrupt and Incipient Faults in Nonlinear Systems", IEEE Transaction in Automatic Control, Vol. 47, No. 4, pp. 576-593, Apr. 2002.
- [12] Li, P. and Kadiramanathan, V., "Particle Filtering based Likelihood Ratio Approach to Fault Diagnosis in Nonlinear Stochastic Systems", IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 31, No. 3, pp. 337-343, Aug. 2001.
- [13] Chen, R. H. and Mingori, D. L., "Optimal Stochastic Fault Detection Filter", Automatica, Vol. 39, pp. 377-390, 2003.
- [14] Persis, C. D. and Isidori, A. "A Geometric Approach to Nonlinear Fault detection and Isolation", IEEE Transaction in Automatic Control, Vol. 46, No. 6, pp. 853-856, Jun. 2001.
- [15] Wang, A., Wang, H., Guo, L. "Recent Advances on Stochastic Distribution Control: Probability Density Function Control", In Chinese Control and Decision Conference (CCDC), pp. 1-8, 2009.
- [16] Skaf, Z., Wang, H. and Guo, L. "Fault Tolerant Control based on Stochastic Distribution via RBF Neural Networks", Journal of Systems Engineering and Electronics, Vol. 22, No. 1, pp. 63-69, Feb. 2011.
- [17] Wang, H., "Bounded Dynamic Stochastic Systems: Modelling and Control", London, U. K.: Springer-Verlag, 2000.
- [۱۸] موسوی مشهدی، سید کمال الدین، یدالهی، حمید، طراحی و ساخت سیستم اندازه‌گیری و کنترل TDS آب در سیستم‌های تصفیه آب اسمز معکوس به روش PID کلاسیک، با توانایی جبران‌سازی دما بر روی اندازه‌گیری، مجله کنترل، جلد ۶، شماره ۴، صفحات ۱۱-۲۱، زمستان ۱۳۹۱.
- [19] Yi, Q., Zhan-ming, L. and Er-chao, L. "Fault Detection and Diagnosis for Non-Gaussian Stochastic Distribution Systems with Time Delays via RBF Neural Networks", ISA Transactions, Vol. 51, pp. 786-791, 2012.

- [1] Shang, L. and Liu, G. "Sensor and Actuator Fault Detection and Isolation for a High Performance Aircraft Engine Bleed Air Temperature Control System", IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 19, No. 5, pp. 1260-1268, Sept. 2011.
- [2] Dallagi, H., Mechmeche, C. and Braiek, N.B "Fault Detection and Isolation of Ship Electric Propulsion System using Residual Generator", the 8th International Multi-Conference on Systems, Signals and Devices, Vol. 1, No. 7, pp. 22-25, Mar. 2011.
- [3] Corradini, M. L., Monteriù, A. and Orlando, G. "An Actuator Failure Tolerant Control Scheme for an Underwater Remotely Operated Vehicle", IEEE Transaction on Control Systems Technology, Vol. 19, No. 5, pp. 1036-1046, Sept. 2011.
- [4] Zhang Y. and Jiang J. "Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems", Annual Reviews in Control, Vol. 32, pp. 229-252, Mar. 2008.
- [5] Miroslav, K. "Towards Fully Probabilistic Control Design", Automatica, Vol. 32, No. 12, pp. 1719-1722, 1996.