

## مقایسه سه مدل انتقال جرم به منظور پیش‌بینی کاویتاسیون در جریان‌های عبوری از مجرای ونتوری و روزنه

علی سررشته داری<sup>۱</sup>، وحید نجفی<sup>۲</sup>

sarreshtehdari@gmail.com

۱- استادیار مهندسی مکانیک؛ دانشگاه صنعتی شاهرود

۲- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود

### چکیده

به منظور بررسی تأثیر مدل‌های انتقال جرم در شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون دو مجرای جریان داخلی، شامل یک ونتوری و یک روزنه مورد بررسی عددی قرار گرفته است. برای این کار مدل‌های مورد نظر شامل کانز، زوارت و سینگال با ضرایب استاندارد در کدی منبع باز پیاده‌سازی و در مسائلی با شرایط یکسان ارزیابی شده است. نتایج رخدادهای کاویتاسیون در جریان‌های مذکور در قالب کسر حجمی متوسط در مقاطعی از جریان در مجرای ونتوری و مقدار ضریب تخلیه برای روزنه، با نتایج تجربی مقایسه و مقدار خطای متوسط مدل‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته اند. نتایج حاصل نشان دهنده دقت بالای مدل‌های انتقال جرم کانز و زوارت با خطای متوسط کمتر از ۵ درصد برای نمونه‌های شبیه‌سازی شده است؛ در حالی که استفاده از مدل سینگال مقادیر خطای میانگین بیشتر از ۱۰ درصد را نشان می‌دهد. همچنین با بررسی میانگین نتایج خطای حاصل از شبیه‌سازی‌های مذکور در مسائل بررسی شده، اولویت قابل توجهی بین مدل‌های کانز و زوارت مشاهده نمی‌شود. اما در مدل سینگال با وجود پیچیدگی بیشتر مدل در احتساب ویژگی‌های جریان، اختلاف بیشتری در مقایسه با داده‌های تجربی ملاحظه می‌شود که لازم است در استفاده از این مدل، تنظیم مقادیر ثابت آن و شرایط بکارگیری دقت بیشتری لحاظ شود.

واژگان کلیدی: کاویتاسیون، مدل‌های انتقال جرم، جریان داخلی.

تاریخ دریافت مقاله : ۹۳/۱۱/۰۸

تاریخ پذیرش مقاله : ۹۵/۰۶/۱۸

## ۱- مقدمه

در پدیده کاویتاسیون با کاهش فشار سیال به مقداری پایین تر از فشار بخار اشباع، تنش کششی حاصل از برهم خوردن تعادل نیروهای بین مولکولی، بر جزء سیال اعمال شده، این مساله سبب باعث ناپیوستگی و تغییر فاز از مایع به گاز می شود. این پدیده در سیال مایع، بصورت شکل گیری حباب های ریز و درشت بخار آن ظاهر می شود؛ که منجر به ایجاد سرو صدا، خوردگی، نوسانات شدید ناشی از فروپاشی حباب ها، نیروهای نوسانی با فرکانس های شدیدی می گردد. موارد حاصل از این رخداد از جمله معایب بوجود آمدن کاویتاسیون است که سبب کاهش عمر و پایین آمدن راندمان ماشین آلات هیدرودینامیکی می گردد، [۱].

در سالهای اخیر بررسی های مختلفی در خصوص تأثیر مدل های انتقال جرم بر شبیه سازی کاویتاسیون انجام شده است، که می توان به کارهای پالائو سالوادور و همکارانش (۲۰۰۷) در روزه های حلقوی، مستطیلی، همچنین نازل های حلقوی و مستطیلی و ونتوری مستطیلی با استفاده از معادلات کسر جرمی بخار اشاره کرد [۲]. همچنین فعالیت های مورگات و همکارانش (۲۰۱۱) به مقایسه مدل های انتقال جرم برای پیش بینی پدیده کاویتاسیون صفحه ای پیرامون یک هیدروفویل با استفاده از شبیه سازی عددی اختصاص دارد، [۳]، ژائو و همکارانش نیز در سال ۲۰۱۱ نتایج شبیه سازی عددی جریان کاویتاسیون را تحت فشارهای بالا و حضور دمای متغیر با استفاده از مدل های انتقال جرم مختلف گزارش نموده اند، [۴]. کارهای اخیر اهمیت تأثیر مدل های مذکور در پیش بینی کمیت های کاویتاسیون را به خوبی نشان می دهد؛ که با توجه به این تحقیقات و موارد مشابه، مشخص می شود که بررسی مدل های انتقال جرم در پیش بینی کاویتاسیون و مقایسه آنها با نتایج آزمایشگاهی برای تعیین مناسب ترین مدل انتقال جرم و ضرایب مناسب، در مسائل مختلف قابل توجه می باشد.

بنابر این اهمیت مقایسه مدل های انتقال جرم برای به کار بردن در مسائل مختلف مدلسازی و یافتن مدل مناسب با مساله به عنوان یک نیاز جدی برای محققان مطرح بوده به نحوی که در سالهای اخیر انواع مختلفی از ترکیب های

حل جریانی و مدل های مذکور انتقال جرم مورد بررسی قرار گرفته است، [۱۱] و [۱۲].

با توجه به نبود قطعیت در استفاده از مدل های انتقال موجود و درک نحوه تأثیر نهایی هر یک از مدل های انتقال جرم بر برآورد دقیق کیمتهای مطرح در مسائل مختلف جریان داخلی مبنای تحقیق حاضر است؛ که در آن با معرفی معادلات اساسی جریان لزج و مدل های متداول ارائه شده برای مطالعه کاویتاسیون، شبیه سازی عددی برای دو هندسه روزه و ونتوری به عنوان نمونه های جریان داخلی متداول، انجام پذیرفته و نتایج بدست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده است. از آنجا که هندسه مورد استفاده و جریان عبوری از آن در شبیه سازی عددی پدیده کاویتاسیون تأثیری مستقیم دارد، یافتن ویژگی مدل های مذکور در این نمونه های جریانی در این تحقیق دنبال می شود.

برای این منظور مدل های انتقال جرم کانز، زوارت و سینگال با شکل استاندارد و ضرایب اولیه موجود برای پیش بینی کاویتاسیون در نرم افزار منبع باز آپن فوم<sup>۱</sup> پیاده سازی شده و با توجه به نتایج حاصل، ویژگی های هر یک از مدل های مذکور به همراه شیوه انتخاب مدل مناسب جهت بررسی موارد مختلفی چون زمان همگرایی و یا دقت و صحت در نتایج برای تحقیقات بعدی پیشنهاد شده است.

## ۲- روابط حاکم

جریان های کاویتاسیونی با استفاده از روش های مختلفی مدل سازی می شوند [۱]. در این تحقیق از معادله انتقال جرم برای بررسی این پدیده استفاده شده است. در مدل های انتقال جرم تغییر فاز در حین حل عددی جریان سیال به صورت جملات چشمه در معادلات پیوستگی و انتقال کسر حجمی مایع ظاهر می گردد. این جملات چشمه خود دارای عبارت دبی جرمی می باشد که بایستی مقدار آن برای حل همزمان این معادلات مشخص باشد. برای بدست آوردن مقدار دبی جرمی که نشان دهنده نرخ تغییرات فاز می باشد، از مدل های انتقال جرم استفاده می شود.

روابط حاکم در این مسائل عبارتند از :

<sup>1</sup> OpenFOAM

گرفتن گازهای بی اثر (علاوه بر دو فاز مایع و بخار) نیز است [۶]. همانطور که از رابطه (۴) در جدول فوق مشاهده می شود، این مدل بر اساس دو استراتژی برای ایجاد و از بین رفتن مایع به ترتیب با  $\dot{m}^+$  و  $\dot{m}^-$  نشان داده می شود. میزان انتقال از فاز مایع به فاز بخار به صورت نسبتی محاسبه شده است که به مقدار فشاری که پایین تر از فشار بخار است، وابسته می باشد. انتقال از فاز گاز (بخار) به مایع نیز بر اساس یک معادله بر حسب کسر حجمی  $\gamma$  می باشد.  $\dot{m} = \dot{m}^+ + \dot{m}^-$  در رابطه مربوط به مدل کانز  $P_v$  فشار بحرانی بخار،  $U_\infty$  سرعت جریان آزاد و مقیاس زمانی جریان سیال  $t_\infty = L/U_\infty$  است که به صورت نسبت طول کاواک به سرعت جریان آزاد می باشد. مقادیر  $C_{dest}$  و  $C_{prod}$  ضرایب تجربی بوده و در رابطه اصلی  $C_{dest} = C_{prod} = 100$  در نظر گرفته شده است.

مدل سینگال و همکارانش در سال ۲۰۰۲ با نام مدل کاویتاسیون کامل ارائه گردید، [۷]. در این مدل نرخ تغییر فازهای فوق از معادلات ریلی-پلست<sup>۴</sup> بدست آمده و اندازه حبابهای چگالیده شده هم محدود در نظر گرفته می شود. این روش نیز چون روش کانز از دو ضریب برای ایجاد و از بین بردن حبابها استفاده می کند. رابطه (۵) در جدول (۱) معادلات مربوط به این مدل را نشان می دهد. در این روابط  $k$  انرژی جنبشی توربولانس،  $M$  ضریب کششی سطحی مایع،  $P_v$  فشار بخار بحرانی مایع در دمای مورد نظر و  $C_e$  و  $C_c$  نیز ثوابت تجربی می باشند و به ترتیب  $C_e = 0.02$  و  $C_c = 0.01$  در نظر گرفته شده است.

مدل کاویتاسیونی سوم نیز توسط زوارت و همکارانش در سال ۲۰۰۴ ارائه شده است. این مدل بر اساس رابطه ساده شده ریلی-پلست، برای دینامیک حباب بدست آمده است، [۶]. رابطه (۶) در جدول (۱) مربوط به این مدل می باشد. در این رابطه  $P_v$  فشار بخار،  $r_{muc}$  کسر حجمی در محل شکل گیری هسته ها بوده  $R_B$  شعاع در محل شکل گیری هسته می باشد.  $F_e$  و  $F_c$  نیز دو ضریب تجربی بوده که به ترتیب برای فرایندهای تبخیر و چگالش مورد استفاده قرار می گیرند. این مقادیر در رابطه پیشنهادی اولیه عبارتند از:  $F_c = 0.01$  و  $F_e = 50$ ،  $R_B = 10^{-6} m$ ،  $r_{muc} = 5 \times 10^{-4}$

$$\nabla U = \dot{m} \left( \frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U U) = -\nabla P - \nabla \cdot \tau \quad (2)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma U) = \frac{\dot{m}}{\rho_l} \quad (3)$$

این روابط به ترتیب معادله پیوستگی، معادله ممنتوم برای مخلوط مایع-بخار و معادله کسر حجمی برای فاز مایع می باشد، که در آنها عبارت  $U$  سرعت مخلوط در متوسط زمان،  $P$  فشار متوسط،  $\dot{m}$  نرخ انتقال جرم در حین تغییر فاز،  $\tau$  تانسور تنش و  $\gamma$  کسر حجمی مایع می باشد، [۵]. لازم به ذکر است که در روابط مذکور فازها غیر قابل تراکم در نظر گرفته شده اند.

در ادامه سه مدل متداول انتقال جرم که برای بدست آوردن نرخ تغییر فاز در طی پدیده کاویتاسیون مورد استفاده قرار گرفته اند، معرفی و ارائه شده است.

## ۲-۱- معرفی مدل های انتقال جرم

همان طور که پیشتر نیز اشاره شد، مدل های انتقال جرم کانز<sup>۱</sup>، زوارت<sup>۲</sup> و سینگال<sup>۳</sup> برای این تحقیق استفاده شده است. روابط ارائه شده توسط هر یک از مدل های فوق به منظور برآورد سهم جرمی فاز مورد نظر (گاز یا مایع) در روابط ۴ تا ۶ به ترتیب برای مدل های کانز، سینگال و زوارت ارائه شده است.

$$\dot{m} = \begin{cases} \dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_v \gamma^2 (1-\gamma)}{t_\infty} & \text{کانز} \\ \dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_v \gamma \min[0, P - P_v]}{(0.5 \rho_l U_\infty^2) t_\infty} & \end{cases} \quad (4)$$

$$\dot{m} = \begin{cases} -C_e \frac{\sqrt{k}}{M} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2P_v - P}{3 \rho_l}} (1 - f_v) & P < P_v & \text{سینگال} \\ C_c \frac{\sqrt{k}}{M} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2P_v - P}{3 \rho_l}} f_v & P > P_v & \end{cases} \quad (5)$$

$$\dot{m} = \begin{cases} -F_e \frac{3r_{muc} \gamma P_v}{R_B} \sqrt{\frac{2P_v - P}{3 \rho_l}} & P < P_v & \text{زوارت} \\ F_c \frac{3(1-\gamma) \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2P - P_v}{3 \rho_l}} & P > P_v & \end{cases} \quad (6)$$

مدل کانز بوسیله مرکل و همکارانش در سال ۲۰۰۰ ارائه شده است. این مدل بر اساس بقای دو مقدار جرمی برای مایع و گاز بنا شده، و اولین مدلی است که قادر به در نظر

<sup>1</sup> Kunz

<sup>2</sup> Zwart

<sup>3</sup> Singhal

<sup>4</sup> Rayleigh - Plesset

## ۳- شبیه سازی عددی

به منظور مدل سازی پدیده کاویتاسیون با استفاده از مدل های معرفی شده، دو هندسه ونتوری [۸] و روزنه [۹]، مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور کد منبع باز آپن فوم، مورد استفاده قرار گرفته و با اعمال مدل های انتقال جرم در کد مذکور با استفاده از زبان ++C حل عددی در هندسه های معرفی شده شبیه سازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

الگوریتم حل در فرآیند شبیه سازی کاویتاسیون برای جریان داخل یک مجرای ونتوری شکل بر اساس یک الگوریتم اجرایی در کد مذکور ارائه شده است. در این الگوریتم پس از شروع هر شبیه سازی ابتدا مدل انتقال جرم انتخاب شده، سپس میدان جریان زمینه بر اساس یک حلگر موجود که عموماً مربوط به یک جریان آشفتنه است، شبیه سازی می شود؛ پس از استخراج توزیع فشار در هر گام از حل بسته به نوع مدل کاویتاسیونی مقادیر انتقال جرم تبخیر و چگالش برای هر سلول محاسبه شده، رخداد و یا عدم تشکیل کاویتاسیون و یا اضمحلال حبابها بخار ارزیابی می شود. نکته قابل توجه در تعیین و انتخاب مدل که در الگوریتم نیز نشان داده شده است تفاوت عمده روش مدل کاویتاسیون کامل ارائه شده توسط سینگال در مقایسه با دو روش دیگر است. این تفاوت در نیاز مدل سینگال به محاسبه مقدار انرژی جنبشی توربولانس است که باید از حل جریان به دست آمده و در روابط مدل جایگزین شود.

## ۳-۱-۱- محدوده محاسباتی و شرایط مرزی

## ۳-۱-۱-۱- مساله ونتوری

اولین مساله مورد مطالعه جریان داخل یک مجرای ونتوری است که بر اساس هندسه و آزمایش های شاتز و ریپود، دارای زاویه همگرایی ۱۸ درجه و زاویه واگرایی حدود ۸ درجه می باشد، [۸]. هندسه مورد بحث همراه با شبکه بندی و شرایط مرزی در شکل ۱ آمده است. میزان تراکم شبکه بکار رفته در نزدیکی گلوگاهی و همچنین دیوار ونتوری بیشتر است. میزان تراکم در نزدیکی دیوار به میزانی است که شرط  $y^+ < 5$  را ارضا می نماید.

در مرز ورودی مقدار سرعت مشخص شده و برابر  $U_{inlet} = 7.2 \frac{m}{s}$  در نظر گرفته شده است. در این مرز

گرادیان فشار برابر صفر لحاظ شده است. در دیواره های پایین و بالا شرط عدم لغزش اعمال شده است. در شرط مرزی خروجی مقدار فشار ۱۰۰ کیلو پاسکال قرار داده شده و گرادیان سرعت صفر در نظر گرفته می شود.

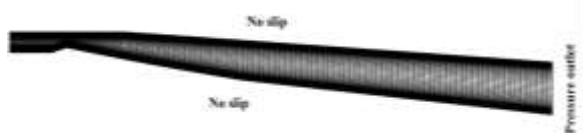
با توجه به شبیه سازی های موفق و گسترده ای که از مدل  $k-\epsilon$  در کاربردهای کاویتاسیونی انجام شده است؛ در تحقیق حاضر نیز مدل مذکور برای مدلسازی جریان آشفتنه بکار رفته است. در این مدل دو معادله انتقال، یکی برای انرژی جنبشی  $k$  و دیگری برای نرخ استهلاک انرژی جنبشی آشفتنه  $\epsilon$  بصورت همزمان حل می شوند.

با بررسی تعداد شبکه های مختلف در ونتوری، نتایج نشان می دهند که افزایش شبکه به بیش از ۷۵۹۹، تغییر محسوسی در نتایج ایجاد نمی کند. لذا این تعداد شبکه برای شبیه سازی انتخاب شده است.

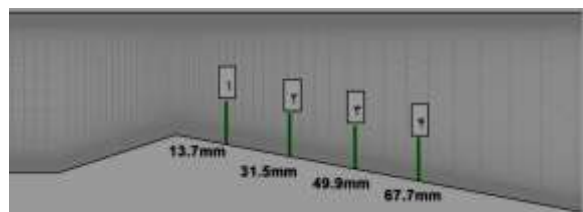
محاسبه و مقایسه پارامتر میانگین زمانی کسر حجمی بخار در چهار مقطع عرضی به طولهای  $x_1 = 13.7$ ،  $x_2 = 31.5$ ،  $x_3 = 49.9$  و  $x_4 = 67.7$  میلیمتر از ابتدای گلوگاه، انجام گرفته است، که مکان این مقاطع در شکل ۲ نشان داده شده است.

## ۳-۱-۲- مساله روزنه

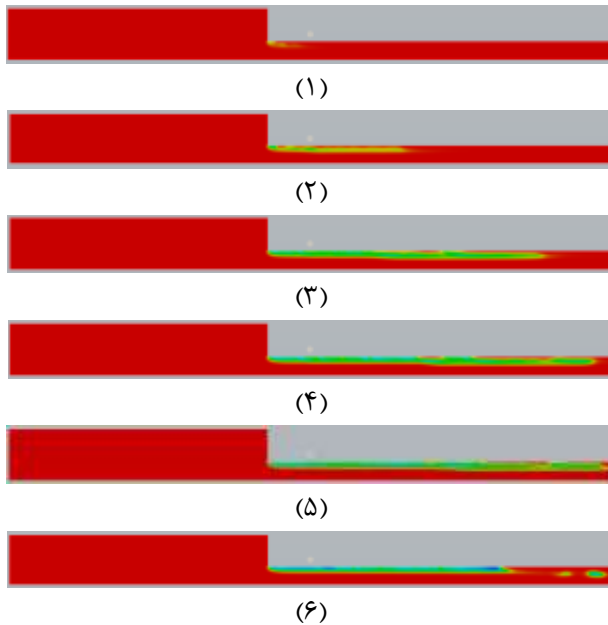
هندسه دیگری که برای مطالعه جریان داخلی انتخاب شده روزنه ای است که بر اساس آزمایش های تجربی نوریک و همکارانش بر روی این هندسه انتخاب شده است، [۹]. شرایط مرزی و نمایی از شبکه بندی این روزنه در شکل (۳) نشان داده شده است. برای این مساله با بررسی نتایج استقلال از شبکه، تعداد ۵۸۷۴ شبکه، در نظر گرفته شده است.



شکل (۱) شبکه بندی و شرایط مرزی ونتوری.



شکل (۲) مکان قرارگیری مقاطع عرضی ثبت اطلاعات.



شکل (۵) فرآیند ایجاد و جدایی کاواک ابری در روزنه.

در ادامه نتایج کمی بدست آمده از حل عددی مربوط به هر یک از مدل‌های انتقال جرم مورد بحث آورده شده است. لازم به ذکر است که گام زمانی به گونه‌ای تنظیم شده است که عدد کورانت همواره کوچکتر از  $0.2$  باشد تا همگرایی صحت نتایج از دقت مناسبی برخوردار باشند. در نمودارهای شکل زیر نتایج مربوط به ضریب تخلیه بدست آمده برای هر عدد بی بعد کلویتاسیون که با تغییر در فشار ورودی طبق بازه فوق‌الذکر، بدست آمده، نمایش داده شده است، [۱۰]. این نتایج با نتایج آزمایشگاهی نوریکی<sup>۱</sup> و همکارانش مقایسه شده‌اند.

#### ۴- نتایج بدست آمده از حل عددی

مشابه نمونه‌های متداول مدلسازی از روش‌های مختلف و مبتنی بر مدل‌های انتقال جرم [۱۱ و ۱۲] نتایج کمی مربوط به کسر حجمی در مجرای ونتوری و مقدار ضریب تخلیه به عنوان مقادیر مورد بررسی در این تحقیق انتخاب و گزارش شده‌اند. که در ادامه به تفصیل ارائه می‌گردد.

#### ۴-۱- بررسی توزیع کسر حجمی گاز مایع در ونتوری

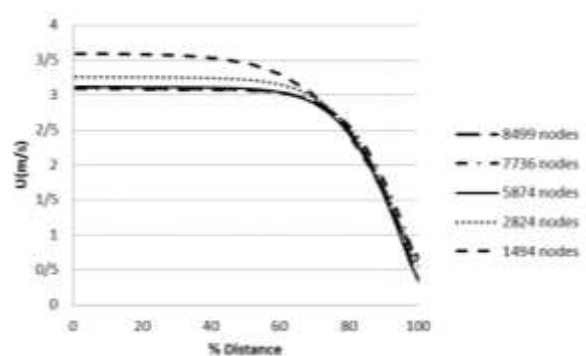
درصد کسر حجمی بخار در مقاطع مشخص شده ونتوری در نمودار شکل (۷) ارائه شده است. در این شکل محور عمودی نشان‌دهنده فاصله از دیوار در هر یک از مقاطع

برای این مساله نیز در مرز ورودی مقدار سرعت ثابت در نظر گرفته شده است. در این مرز گرادیان فشار برابر صفر لحاظ شده است. در دیواره‌های پایین و بالا شرط عدم لغزش اعمال شده و شرط مرزی خروجی مقدار فشار ثابت قرار داده شده و گرادیان سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود. مدل بکار رفته در این هندسه نیز مدل  $k-\epsilon$  است؛ که برای مدلسازی جریان آشفته بکار رفته است. در شرط مرزی خروجی مقدار فشار  $9500$  پاسکال قرار داده می‌شود و گرادیان سرعت صفر در نظر گرفته می‌شود. در مرز ورودی طبق آنچه در کار آزمایشگاهی توصیه شده است، مقدار فشار متناسب با تعیین عدد بی بعد کلویتاسیون مورد نظر بین مقادیر  $3 \times 10^8$  و  $2 \times 10^5$  پاسکال انتخاب می‌گردد. مدل دو فازی حجم سیال برای مدلسازی جریان دو فاز مورد استفاده قرار گرفته است.

نتایج مربوط به استقلال از شبکه برای این هندسه، در نمودار شکل (۴) آورده شده است. نتایج کیفی آورده شده در شکل (۵) جدایی کاواک ابری را به عنوان نمونه با استفاده از مدل عددی زوارت در گلوگاهی روزنه نمایش می‌دهد. در این شکل ابتدا یک کاواک کوچک در گلوگاه شکل می‌گیرد. این ابر کاواک کم‌کم رشد کرده تا به انتهای اوریفیس رسیده، سپس کاواک‌ها در انتهای روزنه با گذشت زمان جدا می‌گردند. کاواک‌های جدا شده، به پایین دست جریان منتقل شده و با افزایش فشار به مایع تبدیل می‌شوند.



شکل (۳) نمای شبکه بندی و شرایط مرزی در روزنه.



شکل (۴) بررسی استقلال از شبکه محاسباتی روزنه بر حسب سرعت جریان عبوری از آن.

<sup>1</sup> Nurick

تفاوت که روند تغییرات در مقطع دوم که در فاصله ۰/۳۱۵ متری از گلوگاه قرار دارد، در فاصله دورتری از دیواره روند کلی مورد نظر را نشان می‌دهد. که با توجه به شکل‌های ابر کاواک به نظر می‌رسد این اختلاف به علت ایجاد ابر کاواک در فاصله بیشتری از دیوار و مجرای گلوگاهی توسط مدل مذکور باشد.

در مدل سینگال نیز نتایج به طور کلی مشابه داده‌های تجربی است، هرچند که این مدل در مقاطع دورتر از گلوگاه نسبت به دو مدل قبلی دارای دقت کمتری می‌باشد؛ عبارت دیگر دو مدل زوارت و کانز برای هندسه ونتوری دارای جواب‌های بهتری نسبت به مدل سینگال می‌باشند.

نتایج کمی موجود در نمودار مذکور به تفصیل در جداول ۲ تا ۴ آورده شده است. در این جداول مقادیر درصد میانگین زمانی کسر حجمی بخار حاصل از حل عددی (به ترتیب در سه مدل زوارت، کانز و سینگال) با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

به منظور قضاوت کلی در خصوص مقدار متوسط خطاها با در نظر گرفتن مقادیر موجود و به دست آمده حاصل از حل عددی برای تمامی مقاطع جریان عبوری ونتوری در مساله مورد نظر، جمع‌بندی جداول فوق بر اساس میانگین کل خطا در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول (۲) مقایسه کسر حجمی مدل زوارت با تجربی.

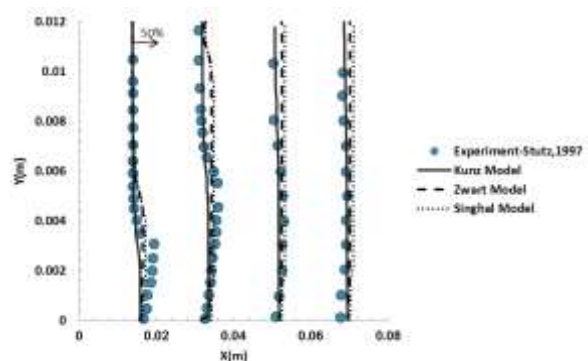
شماره نقطه	% خطای نسبی در مقطع ۱ (x=13.7mm)	% خطای نسبی در مقطع ۲ (x=31.5mm)	% خطای نسبی در مقطع ۳ (x=49.9mm)	% خطای نسبی در مقطع ۴ (x=67.7mm)
1	4.2	2.2	2	3.3
2	10.5	1	0.3	3.1
3	11.4	1.6	1.2	1.7
4	14.2	4.4	1.1	1.3
5	12.1	5.8	0.2	1.1
6	11.2	5.5	0.5	0.7
7	0.3	2.4	1.3	1.3
8	0.3	6.9	2.9	1.3
9	0.3	7.7	4.8	2
10	0.3	8.5	5.1	2.3

جدول (۳) مقایسه کسر حجمی مدل سینگال با تجربی.

شماره نقطه	% خطای نسبی در مقطع ۱ (x=13.7mm)	% خطای نسبی در مقطع ۲ (x=31.5mm)	% خطای نسبی در مقطع ۳ (x=49.9mm)	% خطای نسبی در مقطع ۴ (x=67.7mm)
1	1.9	3.8	3.9	3.3

مشخص شده شکل (۲) بوده و محور افقی نیز بیان‌کننده درصد کسر حجمی بخار در این مقاطع نسبت به فاصله آن‌ها از گلوگاهی می‌باشد؛ به عنوان مثال برای اولین مقطع با فاصله 0.0137m از گلوگاه ونتوری و کسر حجمی بخار  $\alpha$ ، مقادیر بدست آمده برای محور افقی از رابطه  $0.0137 + (\alpha/100)$  بدست آمده است.

مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از حل عددی در هر یک از سه مدل مورد بررسی و آنچه توسط شاتز و ریبود در تحقیقات تجربی برای ونتوری گزارش شده، در نمودار شکل (۷) آمده است.



شکل (۷) مقایسه درصد کسر حجمی بخار بیش از ۵۰٪ در مقاطع ونتوری حاصل از شبیه سازی با نتایج آزمایشگاهی.

با توجه به نتایج بدست آمده از حل عددی با استفاده از هر یک مدل‌های انتقال جرم مورد بررسی مشاهده می‌شود که رفتار کلی هر سه مدل مورد بحث با اندکی خطا مشابه رفتاری است که داده‌های آزمایشگاهی از خود نشان می‌دهند.

#### ۴-۱-۱- بررسی کمی مدل‌های انتقال جرم در ونتوری

در مدل کانز دیده می‌شود که هرچند به طور کلی رفتار حل عددی مشابه داده‌های آزمایشگاهی است، ولی نتایج بدست آمده در نزدیکی دیوار، نسبت به داده‌های آزمایشگاهی دارای اختلاف است. به نظر می‌رسد مدل کانز در فاصله دورتر از نقطه گلوگاهی دارای جواب‌های بهتری نسبت به فاصله نزدیکتر به گلوگاه می‌باشد و هر چه از گلوگاه ونتوری فاصله می‌گیریم ابرهای کاواک پیش‌بینی شده توسط مدل کانز به واقعیت نزدیکتر می‌شود.

برای مدل زوارت نیز روند کلی تغییرات برای هر چهار مقطع مشخص شده مشابه نتایج آزمایشگاهی است؛ با این

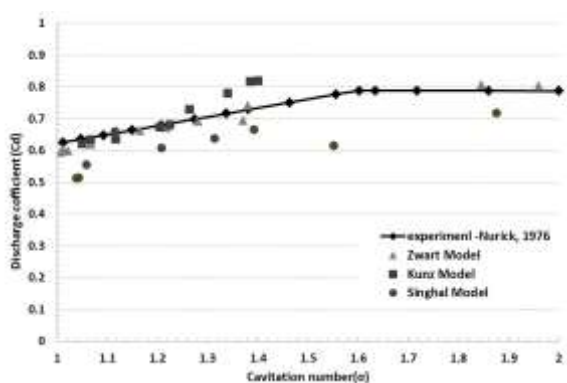
$$C_d = \frac{\dot{m}_{actual}}{\dot{m}_{ideal}} = \frac{V_b}{\sqrt{\frac{2(P_0 - P_b)}{\rho}}} \quad (7)$$

در این رابطه  $V_b$  سرعت خروجی،  $P_0$  فشار استاتیک ورودی،  $P_b$  فشار خروجی و  $\rho$  چگالی مایع را نشان می‌دهد.

در نمودار شکل (۸)، مقایسه‌ای کیفی میان نتایج بدست آمده از حل عددی، برای هر سه مدل مورد بررسی، و آنچه در کارهای آزمایشگاهی برای هندسه روزنه بدست آمده، نشان داده شده است.

جدول (۵) مقایسه نتایج عددی مدل‌ها در ونتوری.

نام مدل	میانگین درصد خطای نسبی کسر حجمی بخار
زوارت	3.7
سینگال	4
کانز	2.93



شکل (۸) ضریب تخلیه مدل‌ها و نتایج تجربی در روزنه.

نتایج کمی موجود در نمودار مذکور به تفصیل در جداول (۶) تا (۸) آورده شده است. در این جداول مقادیر ضریب تخلیه حاصل از حل عددی با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده است. با توجه به این که  $C_d$  در شرایط مختلف در کار آزمایشگاهی بر اساس  $P_{in}$  تغییر کرده است، از همین رو برای شبیه‌سازی عددی در این مسئله نیز با توجه به عدد بی‌بعد کاویتاسیون محاسبه شده برای فشار مورد نظر، ضریب تخلیه محاسبه شده از حل عددی فوق با نقاط متناظر در نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است. بنابراین میان داده‌های آزمایشگاهی مورد استفاده در مدل‌های انتقال جرم کانز، سینگال و زوارت، داده‌های متفاوتی گزارش شده است.

2	4	1	2.2	3.1
3	11.4	1.3	0.7	3.1
4	14.2	1.4	0.8	2.7
5	12.1	2.8	0.2	2.5
6	11.2	2.5	0.5	2.1
7	6.4	5.2	1.3	2.7
8	0.3	9.5	2.9	2.7
9	0.3	10.4	4.8	3.4
10	0.3	8.5	5.1	3.7

جدول (۴) مقایسه کسر حجمی مدل کانز نسبت به تجربی.

شماره نقطه	% خطای نسبی در مقطع ۱ (x=13.7mm)	% خطای نسبی در مقطع ۲ (x=31.5mm)	% خطای نسبی در مقطع ۳ (x=49.9mm)	% خطای نسبی در مقطع ۴ (x=67.7mm)
1	4.2	3.8	2	3.3
2	10.5	1	0.3	1.7
3	18.3	1.6	1.2	0.3
4	29.4	4.4	1.1	0.1
5	0.4	5.8	2.1	0.3
6	1.4	8.7	1.4	0.7
7	0.3	0.6	0.6	0.1
8	0.3	1.1	1	0.1
9	0.3	2	1	0.6
10	0.3	2.8	1.3	0.9

با توجه به کمترین میانگین درصد خطا در مدل‌ها که مربوط به کانز و برابر ۲/۹۳٪ می‌باشد، این مدل برای نمونه ونتوری، بهترین نتیجه را در بر داشته است هر چند مدل زوارت نیز نتیجه مطلوبی و در حد ۳/۷۰٪ را نشان می‌دهد. در این میان مدل سینگال به عنوان آخرین اولویت برای این مسأله پذیرفته می‌شود. هر چند که نتایج هر سه مدل در محدوده قابل پذیرش حل عددی و با اختلاف ناچیزی نسبت به یکدیگر می‌باشند؛ لازم به توجه است که در شبیه سازی این مسأله میانگین نتایج حاصل از هر سه حل عددی مقدار کمتر از ۵٪ خطا را شامل می‌شوند.

#### ۴-۲- بررسی ضریب تخلیه روزنه

برای مقایسه کمی شبیه‌سازی جریان عبوری در یک روزنه، نتایج تجربی گزارش شده توسط نوریک و همکارانش، [۹] استفاده شده است. که ضریب تخلیه روزنه پارامتر مورد بررسی در آن کار آزمایشگاهی می‌باشد. در حل عددی انجام شده برای بدست آوردن مقدار عددی ضریب تخلیه از رابطه زیر استفاده شده است:

نام مدل	میانگین درصد خطای نسبی ضریب تخلیه
زوارت	2.48
سینگال	12.01
کانز	4.77

#### ۵- نتیجه گیری

قطعی نبودن انتخاب مدل انتقال جرم مناسب در شبیه سازی پدیده کاویتاسیون و عدم درک نحوه تأثیر دقیق و نهایی هر یک از مدل های انتقال جرم برای پیش بینی کاویتاسیون در جریان های داخلی، مبنای بررسی دو هندسه متداول روزنه و ونتوری در این تحقیق بوده است. با پیاده سازی، توسعه و اجرای کدهای مربوط به مدل های مختلف انتقال جرم سه گانه کانز، زوارت و سینگال، در مقایسه با تحقیقات دیگر که عمدتاً به بررسی یکی از این مدل ها می پردازند، وضعیت میزان خطای هر یک از این کدها، بدون اصلاح و با بکارگیری ضرایب استاندارد به دست آمده است. نتایج آزمایشگاهی حاصل از تحقیقات دیگر با نتایج حل عددی توسعه داده شده با هر سه مدل کانز، زوارت و سینگال مقایسه شده است. نتایج بدست آمده از شبیه سازی های عددی برای مسائل مذکور نشان دهنده دقت قابل قبول این مدل ها، به ویژه دو مدل کانز و زوارت، با نتایج تجربی است. با توجه به مقایسه نتایج در این دو مسأله نمونه، اولویت خاصی بین مدل انتقال جرم کانز و زوارت با خطای میانگین کمتر از ۵٪ مشاهده نمی شود، در حالی که نتایج مدل سینگال با ضرایب استاندارد، خطای متوسط بسیار بیشتری با داده های تجربی نشان می دهد. در نتیجه استفاده از ضرایب استاندارد در نمونه های شبیه سازی شده با مدل های انتقال جرم کانز و زوارت برای جریان های مشابه مناسب برآورد می گردد؛ در حالی که مشاهده خطای متوسط بالای ۱۰ درصد در مدل سینگال، اصلاح ضرایب ثابت این مدل را برای استفاده در تحقیقات مشابه بعدی ضروری می سازد.

#### ۶- فهرست علائم

$C_d$	ضریب تخلیه بدست آمده از حل عددی
$C_d^*$	ضریب تخلیه موجود از داده های تجربی
$C_p$	ضریب فشار بدست آمده از حل عددی
$C_p^*$	ضریب فشار موجود از داده های تجربی

نتایج جمع بندی شده در جدول (۹) ارائه شده است. با توجه به نتایج آورده شده در این جدول، کمترین مقدار در میانگین درصد خطا را مدل زوارت دارا می باشد. با توجه به کمترین میانگین درصد خطا در مدل ها که مربوط به زوارت و برابر ۲/۴۸٪ می باشد، این مدل برای نمونه روزنه، بهترین نتیجه را در برداشته است، ولی این مقدار میانگین برای مدل کانز نیز نتیجه قابل قبولی را نشان می دهد. استفاده از مدل انتقال جرم سینگال در این مسأله و در مقایسه با دو مدل دیگر اختلاف قابل توجهی را با نتایج آزمایشگاهی آشکار می سازد.

جدول (۶) داده های آزمایشگاهی و مدل زوارت برای روزنه.

درصد خطای نسبی %	$C_d^*(Exp)$	$C_d(CFD)$
2.12	0.79	0.8
2.45	0.79	0.81
1.66	0.73	0.74
4.55	0.73	0.69
1.24	0.7	0.69
1.24	0.68	0.67
0.96	0.67	0.66
3.43	0.64	0.62
4.68	0.63	0.6

جدول (۷) داده های آزمایشگاهی و مدل سینگال برای روزنه.

خطای نسبی %	$C_d^*(Exp)$	$C_d(CFD)$
8.84	0.79	0.72
20.07	0.77	0.62
8.96	0.73	0.67
11.34	0.64	0.56
10.16	0.68	0.61
17.56	0.63	0.51
1.03	0.65	0.66
18.72	0.63	0.51
11.41	0.71	0.64

جدول (۸) داده های آزمایشگاهی و مدل کانز برای روزنه.

خطای نسبی %	$C_d^*(Exp)$	$C_d(CFD)$
10.91	0.73	0.82
11.03	0.73	0.82
8.52	0.72	0.78
4.7	0.7	0.73
0.7	0.68	0.68
0.8	0.68	0.67
2.81	0.65	0.64
1.11	0.64	0.63
2.38	0.64	0.62

جدول (۹) نتایج حل عددی مدل های کاویتاسیون در روزنه.



- Turbulence and Mass Transfer Models”, Applied Mathematical Modelling, Vol.40, No.1, pp.542-564, 2016.
- [12] Morguta M., Nobilea E., Bilušb I., “Comparison of Mass Transfer Models for the Numerical Prediction of Sheet Cavitation Around a Hydrofoil”, International Journal of Multiphase Flow, Vol.37, No.6, pp. 620-62, 2011.

$f_v$	کسر جرمی بخار
$\gamma$	کسر حجمی مایع
	زیرنویس
$l$	فاز مایع
$v$	فاز بخار

#### ۷- مراجع

- [1] Brennen E., “Cavitation and Bubble Dynamics Christopher”. California -New York: California Institute of Technology Pasadena, 1995.
- [2] Palau S.G., González A.P., Arviza V.J., “Numerical Modeling of Cavitating Flows for Simple Geometries”, J Spanish Research, pp.460-469, 2007
- [3] Morgut M., Nobile E., Bilus I., “Comparison of Mass Transfer Models for the Numerical Prediction of Sheet Cvitation Around a Hydrofoi”, Multiphase Flow, pp.620-626, 2011.
- [4] Wei-guo Z., Ling-xin Z., “Numerical Simulation of Cavitation Flow under High Pressure and Temperature”, Hydrodynamics, pp.289-294, 2011.
- [5] Singhal A.K., Li N.H., Athaval M., Jiang Y., “Mathematical Basis and Validation of the Full Cavitation Model”, FEDSM2001-18015, USA: Proceeding of FEDSM 01, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, 2001.
- [6] Brennen C.E., “Fundamentals of Multiphase Flows”, Cambridge Univ. Press, 2005.
- [7] Brown D.L., Cortez., “Accurate Projection Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations”, J. of Computational Physics, n.d.J. of Computational Physics, 2001.
- [8] Stutz B., Reboud J.L., “Experiments on Unsteady Cavitation, Experiments in Fluids”, Flight, Vol. 22, No.191-198, 1997.
- [9] Nurick W.H., “Orifice Cavitation and its Effect on Spray Mixing,” J Fluids Eng, pp. 681-687, 1976.
- [10] Bernard S., Susan R.R., Usan R., Muntean R., Anton I., “Numerical Analysis of the Cavitating Flow”, Proceeding of the Romanian Academy, Series A, Vol.7, No.1, 2006.
- [11] Roohi E., Pendar M., Rahimi A. “Simulation of Three-Dimensional Cavitation Behind a Disk using Various